

Examen de entrenamiento 1 - Primer parcial

### Problema 1 (25 %)

Escribid unas notas de clase que cubran los siguientes conceptos: concepto general de probabilidad condicionada, definición matemática de probabilidad condicionada, partición, teorema de la probabilidad total, sucesos independientes y probar el siguiente resultado:

**Resultado:** Si  $A$  y  $B$  son dos sucesos independientes, entonces también lo son  $A$  y  $\bar{B}$  y  $\bar{A}$  y  $\bar{B}$ .

Poned ejemplos de los conceptos desarrollados.

Las notas deben ser concisas y claras, como para un alumno que toma esta asignatura. La escritura, tanto en claridad como en corrección, se valorará especialmente.

### Problema 2 (25 %)

- (1) Sea  $X$  una variable aleatoria  $G(p)$ . Probad que la probabilidad de repetir el experimento  $k$  veces más antes de sacar el primer éxito no depende del número previo de veces que hayamos realizado el experimento.
- (2) Tenemos dos instrumentos de medida de la distancia entre dos puntos. Las medidas de los dos instrumentos son variables aleatorias  $X_1, X_2$  independientes con media común  $\mu$ ; se considera que  $\mu$  es la distancia exacta. Por la experiencia pasada del uso de los instrumentos se acepta que las varianzas son conocidas e iguales a  $\sigma_1^2$  y  $\sigma_2^2$ , respectivamente; estas varianzas no tienen por qué ser la misma. Dadas dos medidas de cada instrumento, la medida final que se toma es la media ponderada  $\bar{\mu} = \alpha E(X_1) + (1 - \alpha)E(X_2)$ , donde  $\alpha$  es un número real en  $[0, 1]$ . ¿Cómo se tiene que elegir  $\alpha$  para que se minimice la varianza de la media ponderada?

### Problema 3 (25 %)

Se tiene un experimento aleatorio en que solo hay dos sucesos de interés,  $A$  y su complementario. La probabilidad de  $A$  es constante en el tiempo. Se sabe que los resultados del experimento son independientes entre sí y se hacen  $n$  repeticiones del experimento. A continuación, se observan las siguientes variables:

- a)  $X_1$  es el número de veces que sale el suceso en  $A$  en las  $n$  repeticiones.
- b)  $X_2$  es el número de veces que se repite el experimento antes de obtener  $A$ .
- c)  $X_3$  es el número de veces que se repite el experimento antes de obtener la segunda  $A$ .

Se pide obtener razonadamente las funciones de masa de  $X_1, X_2$  y  $X_3$ .

### Problema 4 (25 %)

Un test de diagnóstico tiene probabilidad 0,95 de dar resultado positivo cuando se le hace a una persona que sufre una cierta enfermedad y probabilidad 0,1 de un falso positivo cuando se le hace a una persona que no tiene esa enfermedad. Se estima que el 0,5 % de la población

sufren esa enfermedad. Supongamos que el test se realiza a una persona de quien no se sabe nada con respecto a la enfermedad. Calcular las siguientes probabilidades:

- (1) El test da positivo;
- (2) Dado un resultado positivo, la persona sufre la enfermedad;
- (3) Dado un resultado negativo, la persona no sufre la enfermedad;
- (4) La persona ha recibido resultados erróneos del test.